

# L'ESSENTIEL SUR

A)	STATISTIQUES .....	29
B)	PROPORTIONNALITÉ et POURCENTAGE .....	30
C)	NOMBRES RELATIFS .....	31
D)	FRACTIONS .....	33
E)	CALCUL LITTÉRAL .....	35
F)	PUISSANCES .....	37
G)	RACINES CARRÉES .....	38
H)	ÉQUATIONS et INÉQUATION.....	39

## A) STATISTIQUES

### 1) FRÉQUENCE d'une valeur d'un caractère

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \approx 0, \bullet \blacksquare \text{ et } 0, \bullet \blacksquare = \frac{\bullet \blacksquare}{100} = \bullet \blacksquare \%$$

fréquence décimale
fréquence en pourcentage

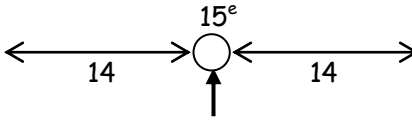
exemple : Dans une classe de 24 élèves, il y a 13 garçons.

Calcul de la fréquence et du pourcentage de garçons dans la classe :

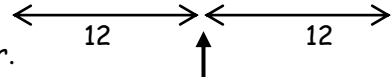
$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif des garçons}}{\text{effectif total}} = \frac{13}{24} \approx 0,54 \text{ et } 0,54 = \frac{54}{100} = \boxed{54\%}$$

### 2) MÉDIANE

On range les valeurs du caractère par ordre croissant. La valeur MÉDIANE est la valeur « du milieu » que l'on peut déterminer grâce aux effectifs cumulés. Elle correspond à la fréquence cumulée de 0,5 (soit 50%).

exemples : - Si l'effectif total est de 29 : 

La médiane est la 15<sup>ème</sup> valeur.

- Si l'effectif total est de 24 : 

La médiane est entre la 12<sup>ème</sup> et la 13<sup>ème</sup> valeur.

### 3) MOYENNES

$$\text{MOYENNE ou nombre moyen} = \frac{\text{total des valeurs}}{\text{effectif total}}$$

$$\text{MOYENNE PONDÉRÉE} = \frac{\text{total des produits}}{\text{effectif total}}$$

exemple : 15 valeurs qui sont : 15 ; 14 ; 12 ; 17 ; 19 ; 14 ; 15 ; 17 ; 13 ; 14 ; 19 ; 14 ; 13 ; 14 ; 19

$$\text{moyenne} = \frac{\text{total des notes}}{\text{effectif total}} = \frac{15 + 14 + \dots + 14 + 19}{15} = \frac{229}{15} \approx \boxed{15,3}$$

$$\text{moyenne pondérée} = \frac{\text{total des produits}}{\text{effectif total}} = \frac{15 \times 2 + 14 \times 5 + \dots + 13 \times 2}{15} = \frac{229}{15} \approx \boxed{15,3}$$

## B) PROPORTIONNALITÉ et POURCENTAGE

### 1) TABLEAU de proportionnalité et propriétés

1	a	b	100	∞	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× k</div>
k	c	d	t	k × ∞	

- on a :  $\frac{k}{1} = \frac{c}{a} = \frac{d}{b} = \frac{t}{100} = \frac{k_{\infty}}{\infty} = k = \underline{\text{coefficient de proportionnalité}}$

- Les produits en croix sont égaux.

exemples :  $\frac{k}{1} = \frac{c}{a}$  donc  $1 \times c = k \times a$   
 $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$  donc  $a \times d = c \times b$

- Sur un graphique, les points sont alignés avec l'origine du repère.

### 2) VITESSE

On note v la vitesse, d la distance et t le temps.

$$v = \frac{d}{t} \quad (\text{donc } d = v \times t \text{ et } t = \frac{d}{v})$$

### 3) ÉCHELLE

On note e l'échelle, d la distance sur le plan et D la distance réelle dans la même unité.

$$e = \frac{d}{D} \quad (\text{donc } d = e \times D \text{ et } D = \frac{d}{e})$$

### 4) Utilisation des POURCENTAGES

- Prendre t% de ∞ c'est calculer  $\frac{t}{100} \times \infty$
- Augmenter ∞ de t% c'est calculer  $\left(1 + \frac{t}{100}\right) \times \infty$
- Diminuer ∞ de t%, c'est calculer  $\left(1 - \frac{t}{100}\right) \times \infty$

## C) NOMBRES RELATIFS

### 1) ADDITION

- pour calculer la SOMME de deux nombres relatifs de MÊME SIGNE
  - on donne à la somme le signe commun des deux nombres,
  - on additionne les valeurs absolues

exemples :  $(+7) + (+3) = +10$  ;  $(-4) + (-9) = -13$

- pour calculer la SOMME de deux nombres relatifs de SIGNES DIFFÉRENTS
  - on donne à la somme le signe du nombre qui a la plus grande valeur absolue,
  - on soustrait les valeurs absolues

exemples :  $(+14) + (-8) = (+6)$  ;  $(+5) + (-7) = (-2)$

---

### 2) OPPOSÉS

Deux nombres sont OPPOSÉS si leur SOMME est égale à ZÉRO.

remarque : deux nombres OPPOSÉS ont la MÊME VALEUR ABSOLUE mais des SIGNES DIFFÉRENTS.

---

### 3) SOUSTRACTION

SOUSTRAIRE un nombre relatif revient à ADDITIONNER SON OPPOSÉ.

exemples :

$$(-8) - (+5) = (-8) + (-5) = \boxed{-13}$$

$$(+17) - (-7) = (+17) + (+7) = \boxed{+24}$$


---

### 4) SIMPLIFICATION D'ÉCRITURE

Pour SIMPLIFIER L'ÉCRITURE d'une SOMME de nombres relatifs, on peut supprimer les parenthèses et le signe + qui les précède.

exemples :

$$(+4) + (-7) = 4 - 7 = -3$$

$$(+8) - (+3) = (+8) + (-3) = 8 - 3 = 5$$


---

### 5) INVERSES

Deux nombres sont INVERSEES si leur PRODUIT est égal à 1.

exemple :  $4 \times 0,25 = 1$     donc     $\text{inv}(4) = 0,25$     et     $\text{inv}(0,25) = 4$

## 6) MULTIPLICATION

Pour calculer le PRODUIT de plusieurs nombres relatifs

- on compte le NOMBRE DE FACTEURS NÉGATIFS
  - si ce nombre est PAIR alors le produit est POSITIF
  - si ce nombre est IMPAIR alors le produit est NÉGATIF
- on multiplie les valeurs absolues

exemples :  $7 \times (-3) \times 2 = \boxed{-42}$   
 $-7 \times (-3) \times 1 \times 4 \times 2 = \boxed{168}$

---

## 7) DIVISION

Pour calculer le QUOTIENT de deux nombres relatifs

- on applique la règle du signe d'un produit
  - le quotient de deux nombres de MÊME SIGNE est POSITIF
  - le quotient de deux nombres de SIGNES CONTRAIRES est NÉGATIF
- on divise les valeurs absolues

exemples :  $-3 : (-4) = 3 : 4 = \frac{3}{4} = \boxed{0,75}$   
 $3 : (-4) = -3 : 4 = \frac{-3}{4} = \boxed{-0,75}$

---

## 8) PRIORITÉS DES OPÉRATIONS

on calcule DANS L'ORDRE :

1. le contenu des PARENTHÈSES (en commençant par les plus intérieures)
2. les PUISSANCES
3. les MULTIPLICATIONS et les DIVISIONS
4. les ADDITIONS et les SOUSTRACTIONS

exemple :  $A = 12 : (-4) + 3 \times (7 - 12)^2 - (-2)^3$   
 $A = 12 : (-4) + 3 \times (-5)^2 - (-2)^3$   
 $A = 12 : (-4) + 3 \times 25 - (-8)$   
 $A = -3 + 75 + 8$   
 $A = 72 + 8$   
 $A = \boxed{80}$

## D) FRACTIONS

Dans la fraction  $\frac{a}{b}$ , a s'appelle le NUMÉRATEUR et b le DÉNOMINATEUR

### 1) FRACTIONS ÉGALES

- Pour RÉDUIRE au MÊME DÉNOMINATEUR, on utilise la formule :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

exemple :  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$  et  $\frac{7}{3} = \frac{7 \times 5}{3 \times 5} = \frac{35}{15}$

- Pour SIMPLIFIER une fraction, on utilise la formule :

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

exemples :  $\frac{36}{30} = \frac{\cancel{6} \times 6}{\cancel{6} \times 5} = \frac{6}{5}$  ;  $\frac{20}{12} = \frac{\cancel{4} \times 5}{\cancel{4} \times 3} = \frac{5}{3}$

### 2) ADDITION et SOUSTRACTION

- Si les fractions ont le MÊME DÉNOMINATEUR, on ADDITIONNE les NUMÉRATEURS et on laisse le dénominateur commun.

exemple :  $\frac{-7}{11} - \frac{3}{11} = \frac{-7-3}{11} = \frac{-10}{11}$

- Si les DÉNOMINATEURS sont DIFFÉRENTS, on RÉDUIT d'abord les fractions au même dénominateur.

exemple :

$$A = \frac{-3}{14} + \frac{8}{21}$$

$$A = \frac{-3 \times 3}{14 \times 3} + \frac{8 \times 2}{21 \times 2}$$

$$A = \frac{-9}{42} + \frac{16}{42}$$

$$A = \frac{7}{42}$$

$$A = \frac{\cancel{7} \times 1}{\cancel{7} \times 6}$$

$$A = \frac{1}{6}$$

### 3) INVERSES

Si a et b sont deux nombres non nuls, l'INVERSE de a est  $\frac{1}{a}$  et l'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$ .

exemples :  $\text{inv}(2) = \frac{1}{2}$  ;  $\text{inv}(3) = \frac{1}{3}$  ;  $\text{inv}\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{2}{3}$

---

### 4) MULTIPLICATION ET DIVISION

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

exemples :  $\frac{-2}{3} \times \frac{-4}{3} = \frac{-2 \times (-4)}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$

$\frac{7}{15} \times \frac{-25}{14} = \frac{7 \times (-25)}{15 \times 14} = \frac{\cancel{7} \times 5 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 3 \times \cancel{7} \times 2} = \frac{-5}{6}$

- DIVISER par un nombre revient à MULTIPLIER par son INVERSE :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

exemple :  $\frac{10}{13} : \frac{5}{26} = \frac{10}{13} \times \frac{26}{5} = \frac{10 \times 26}{13 \times 5} = \frac{\cancel{5} \times 2 \times \cancel{13} \times 2}{\cancel{13} \times \cancel{5} \times 1} = \frac{4}{1} = 4$

## E) CALCUL LITTÉRAL

### a. SOMME

Dans une SOMME,

- toute PARENTHÈSE précédée du signe + peut être supprimée (avec son +) sans changer les signes des termes à l'intérieur de la parenthèse.
- toute PARENTHÈSE précédée du signe - peut être supprimée (avec son -) à condition de changer les signes des termes à l'intérieur de la parenthèse.

exemple :

$$A = 8 + (+x - 4) - (-2 + x) - (+3 - x)$$

$$A = 8 \quad \cancel{+x} - 4 \quad + 2 \quad \cancel{-x} - 3 + x$$

$$A = 3 + x$$

### b. DÉVELOPPEMENT DE PRODUITS

i.  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

ii.  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

iii.  $(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

exemple :

$$A = [2(x + 3)] - [x(7 - 3x)] - [(3 - x)(2x - 7)] \quad \text{penser à ajouter les crochets !}$$

$$A = [2x + 6] - [7x - 3x^2] - [6x - 21 - 2x^2 + 7x]$$

$$A = \boxed{2x} + 6 \quad \boxed{-7x} \quad \boxed{+3x^2} \quad \boxed{-6x} + 21 \quad \boxed{+2x^2} \quad \boxed{-7x}$$

$$A = \boxed{5x^2} - 18x + 27$$

### c. IDENTITÉS REMARQUABLES

i.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

exemple :  $(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$

$$= \boxed{9x^2 + 30x + 25}$$

ii.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

exemple :  $(2 - 7x)^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times 7x + (7x)^2$

$$= \boxed{4 - 28x + 49x^2}$$

•  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

exemple :  $(4x + 1)(4x - 1) = (4x)^2 - 1^2$

$$= \boxed{16x^2 - 1}$$



## d. FACTORISATION

- Factorisation à l'aide d'un facteur commun

$$\boxed{k \times a + k \times b = k \times (a + b)}$$

facteur commun

exemple 1 :

$$A = 6x^2 - 15x$$

$$A = \underline{3} \times \underline{2} \times x - \underline{3} \times \underline{5} \times x$$

$$A = \underline{3} \times (2x - 5)$$

$$\boxed{A = 3x(2x - 5)}$$

exemple 2 :

$$B = (2x + 3)^2 + (2x + 3) - (7 - 5x)(2x + 3)$$

$$B = \underline{(2x + 3)} \times (2x + 3) + \underline{(2x + 3)} \times 1 - (7 - 5x) \times \underline{(2x + 3)}$$

$$B = \underline{(2x + 3)} \times [(2x + 3) + 1 - (7 - 5x)]$$

$$B = (2x + 3)(2x + 3 + 1 - 7 + 5x)$$

$$\boxed{B = (2x + 3)(7x - 3)}$$

- Factorisation à l'aide des identités remarquables

exemple :

$$\triangleright a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$A = 4x^2 + 28x + 49$$

$$A = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 7 + 7^2 \quad \text{on vérifie que } 2 \times 2x \times 7 = 28x$$

$$\boxed{A = (2x + 7)^2}$$

exemple :

$$\triangleright a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$B = 9x^2 - 66x + 121$$

$$B = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 11 + 11^2 \quad \text{on vérifie que } 2 \times 3x \times 11 = 66x$$

$$\boxed{B = (3x - 11)^2}$$

exemple :

$$\triangleright a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$C = 0,04 - \frac{4}{9}x^2$$

$$B = (0,2)^2 - \left(\frac{2}{3}x\right)^2$$

$$\boxed{B = \left(0,2 + \frac{2}{3}x\right)\left(0,2 - \frac{2}{3}x\right)}$$

## F) PUISSANCES

### a. PUISSANCES D'UN NOMBRE

Soit  $a$  un nombre relatif et  $n$  un entier supérieur ou égal à 2, alors :

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

---


$$\boxed{a^0 = 1} \quad \text{et} \quad \boxed{a^1 = a}$$

---

Si  $a \neq 0$  alors  $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$  et  $\boxed{a^{-1} = \frac{1}{a}}$

---

Si  $a = 10$  alors  $\boxed{10^n = \underbrace{1,000\dots0}_{n \text{ zéros}}}$  et  $\boxed{10^{-n} = \underbrace{0,00\dots01}_{n \text{ zéros}}}$

---

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres relatifs non nuls ;  $n$  et  $p$  deux entiers relatifs, alors :

- $\boxed{a^n \times a^p = a^{n+p}}$  (cas particulier :  $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$ )
- $\boxed{(a^n)^p = a^{n \times p}}$  (cas particulier :  $(10^n)^p = 10^{n \times p}$ )
- $\boxed{(a \times b)^n = a^n \times b^n}$  et  $\boxed{a^n \times b^n = (a \times b)^n}$
- $\boxed{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$  (cas particulier :  $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ )
- $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$  et  $\boxed{\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$

### b. NOTATION SCIENTIFIQUE

Un nombre est écrit en notation scientifique quand il est écrit sous la forme  $a \times 10^n$  où :

- $a$  est un nombre décimal ne comportant qu'un seul chiffre non nul avant la virgule,
- $n$  est un nombre entier relatif.

exemple 1 :  $1,2 \times 10^{-5}$  est un nombre en écriture scientifique

exemple 2 : mise sous forme scientifique :

$$A = \frac{42 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-2}}{6 \times 10^4} = \frac{42 \times 4}{6} \times \frac{10^8 \times 10^{-2}}{10^4} = 28 \times 10^{8-2-4} = 2,8 \times 10^1 \times 10^2 = \boxed{2,8 \times 10^3}$$

## G) RACINES CARRÉES

- Soit a un nombre POSITIF alors  $\sqrt{a}$  est tel que :

$$\boxed{(\sqrt{a})^2 = a} \quad \text{et} \quad \boxed{a = (\sqrt{a})^2}$$


---

- Soit a et b deux nombres positifs :

$$\boxed{\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}} \quad \text{et} \quad \boxed{\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}}$$


---

- Soit a et b deux nombres positifs avec  $b \neq 0$  :

$$\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}}$$


---

- ORDRE :

$$\boxed{\text{si } 0 \leq a < b \text{ alors } 0 \leq \sqrt{a} < \sqrt{b}}$$

## H) ÉQUATIONS et INÉQUATION

$$\boxed{x + n = m}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{-n} \\ \leftarrow \\ x = m - n \end{array}$$

exemple :  $x + 3 = -4$

$$\begin{array}{l} \boxed{-3} \\ \leftarrow \\ x = -7 \end{array}$$

$$\boxed{x + n < m}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{-n} \\ \leftarrow \\ x < m - n \end{array}$$

exemple :  $x + 3 < -4$

$$\begin{array}{l} \boxed{-3} \\ \leftarrow \\ x < -7 \end{array}$$

$$\boxed{a \times x = b}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{:a} \\ \leftarrow \\ x = \frac{b}{a} \end{array}$$

ex :  $3x = -4$

$$\begin{array}{l} \boxed{:3} \\ \leftarrow \\ x = -\frac{4}{3} \end{array}$$

ex :  $-2x = -8$

$$\begin{array}{l} \boxed{: -2} \\ \leftarrow \\ x = 4 \end{array}$$

$$\boxed{a \times x < b}$$

si a est POSITIF

$$x < \frac{b}{a}$$

ex :  $3x < -4$

$$\begin{array}{l} \boxed{:3} \\ \leftarrow \\ x < -\frac{4}{3} \end{array}$$

si a est NÉGATIF

$$x > \frac{b}{a}$$

ex :  $-2x \leq -8$

$$\begin{array}{l} \boxed{: -2 \text{ nég}} \\ \leftarrow \\ x \geq -4 \end{array}$$

$$\boxed{ax + b = c}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{-b} \\ \leftarrow \\ ax = c - b \\ \boxed{:a} \\ \leftarrow \\ x = \frac{c - b}{a} \end{array}$$

ex :  $2x - 5 = 7$

$$\begin{array}{l} \boxed{+5} \\ \leftarrow \\ 2x = 12 \\ \boxed{:2} \\ \leftarrow \\ x = 6 \end{array}$$

ex :  $-2x + 5 = -7$

$$\begin{array}{l} \boxed{-5} \\ \leftarrow \\ -2x = -12 \\ \boxed{: -2} \\ \leftarrow \\ x = 6 \end{array}$$

$$\boxed{ax + b < c}$$

$$ax < c - b$$

si a est POSITIF

$$x < \frac{c - b}{a}$$

ex :  $2x - 5 > 7$

$$\begin{array}{l} \boxed{+5} \\ \leftarrow \\ 2x > 12 \\ \boxed{:2} \\ \leftarrow \\ x > 6 \end{array}$$

si a est NÉGATIF

$$x > \frac{c - b}{a}$$

ex :  $-2x + 5 > -7$

$$\begin{array}{l} \boxed{-5} \\ \leftarrow \\ -2x > -12 \\ \boxed{: -2 \text{ neg}} \\ \leftarrow \\ x < 6 \end{array}$$

- $\boxed{A \times B = 0}$

Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro.

exemple :  $(x + 3)(4 - x) = 0$  Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro.

On sait que  $(x + 3)(4 - x) = 0$  donc  $x + 3 = 0$  ou  $4 - x = 0$

soit  $x = -3$  ou  $x = 4$

Les solutions de l'équation sont -3 et 4

- $\boxed{x^2 = a}$

- si a est POSITIF, alors les solutions sont  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$
- si a est NÉGATIF, alors il n'y a pas de solutions
- si a = 0, alors l'unique solution est 0.